

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
Д.А. Зубцов

03 июня 2013 г.

ПРОГРАММА

по дисциплине: **Теоретическая механика**

по направлению подготовки 010900 «Прикладные математика и физика»

факультет : **ФОПФ**

кафедра **теоретической механики**

курс: **II**

семестр: **3**

Трудоемкость: обязательная часть – зач.ед. – 3

вариативная часть – зач.ед. – 1

дополн. за сложность – 1

лекции – 34 часа

Экзамен – 3 сем.

практические (семинарские)

занятия – 34 часа

Зачет – нет

лабораторные занятия – нет

количество заданий – 2

Самостоятельная работа – 1 час в неделю

ВСЕГО ЧАСОВ 68

Программу и задание составил

д.ф.-м.н., проф. А.П. Маркеев

Программа принята на заседании
кафедры теоретической механики

7 мая 2013 года

Заведующий кафедрой

А.П. Иванов

1. Введение

Ньютоновское определение предмета теоретической механики. Кинематика и динамика — разделы курса теоретической механики.

2. Кинематика. Исходные понятия, задачи кинематики

Пространство и время в классической механике. Материальная точка. Материальная система. Задачи кинематики.

3. Кинематика точки

3.1. Скорость и ускорение точки. Естественный трехгранник...Теорема Гюйгенса о разложении ускорения точки на тангенциальное и нормальное.

3.2. Скорость и ускорение точки в полярных координатах.

4. Кинематика твердого тела

4.1. Твердое тело. Задачи кинематики твердого тела. Задание движения твердого тела. Углы Эйлера. Теорема Эйлера о конечном перемещении твердого тела, имеющего неподвижную точку. Теорема Шаля о конечных перемещениях твердого тела (без доказательства).

4.2. Скорость и ускорение твердого тела при поступательном движении. Понятие о мгновенном кинематическом состоянии твердого тела. Скорости и ускорения точек твердого тела в общем случае его движения. Угловая скорость. Угловое ускорение. Частные случаи: вращение твердого тела вокруг неподвижной оси, вращение вокруг неподвижной точки.

4.3. Плоское движение твердого тела. Мгновенный центр скоростей. Мгновенный центр ускорений.

4.4. Кинематические инварианты. Кинематический винт. Мгновенная винтовая ось.

5. Кинематика сложного движения точки и твердого тела

5.1. Абсолютная и относительная производные вектора и соотношение между ними.

5.2. Понятие сложного движения точки. Теорема о сложении скоростей при сложном движении точки. Теорема Кориолиса о сложении ускорений при сложном движении точки.

5.3. Понятие сложного движения твердого тела. Сложение мгновенно поступательных движений, сложение мгновенных вращений вокруг пересекающихся осей. Угловая скорость твердого тела — скользящий вектор. Кинематические уравнения Эйлера. Сложение вращений вокруг параллельных осей. Пара вращений.

5.4. Общий случай сложения мгновенных движений твердого тела; приведение общего случая к случаям простейших мгновенных движений.

6. Общие основания кинематики системы

Свободные и несвободные системы. Связи, их классификация. Системы голономные и неголономные. Возможные положения, скорости, ускорения и перемещения точек системы. Действительные и виртуальные перемещения. Синхронное варьирование. Число степеней свободы системы. Обобщенные координаты. Координатное пространство. Обобщенные скорости и ускорения.

7. Основные понятия и аксиомы динамики

Инерциальные системы отсчета. Принцип относительности Галилея. Первый закон Ньютона (аксиома инерции). Сила. Масса. Второй закон Ньютона. Третий закон Ньютона (аксиома взаимодействия материальных точек). Аксиома о параллелограмме сил, приложенных к материальной точке. Активные силы и реакции связей. Принцип детерминированности Ньютона – Лапласа. Силы внешние и внутренние. Задачи динамики. Равновесие. Статика. Главный вектор и главный момент системы сил. Элементарная работа сил системы. Работа сил, приложенных к твердому телу. Силовое поле. Силовая функция. Потенциальная энергия. Элементарная работа сил системы в обобщенных координатах. Обобщенные силы. Идеальные связи.

8. Основные теоремы динамики

- 8.1. Понятие о движении системы относительно центра масс; кениговы системы координат.
- 8.2. Количество движения. Теорема об изменении количества движения системы в инерциальной системе отсчета. Теорема о движении центра масс.
- 8.3. Момент количества движения (кинетический момент) относительно заданного центра. Соотношение между его значениями для различных центров. Теорема Кенига о вычислении кинетического момента. Теорема об изменении кинетического момента в инерциальной системе отсчета.
- 8.4. Кинетическая энергия системы. Теорема Кенига о вычислении кинетической энергии. Теорема об изменении кинетической энергии в инерциальной системе отсчета
- 8.5. Основные теоремы динамики в неинерциальной системе отсчета и для движения относительно центра масс.

9. Движение свободной материальной точки под действием центральных сил

- 9.1. Закон площадей. Формулы Бине.
- 9.2. Задача двух тел. Уравнения движения. Интеграл площадей; второй закон Кеплера. Интеграл энергии. Интеграл Лапласа. Уравнение орбиты; первый

закон Кеплера. Зависимость характера орбиты от величины начальной скорости. Третий закон Кеплера.

10. Геометрия масс

10.1. Центр масс (центр инерции) системы. Момент инерции системы относительно оси. Моменты инерции относительно параллельных осей; теорема Гюйгенса – Штейнера.

10.2. Тензор и эллипсоид инерции. Главные оси инерции. Свойства осевых моментов инерции.

11. Динамика твердого тела

11.1. Кинетический момент твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси или вокруг неподвижной точки.

11.2. Кинетическая энергия твердого тела в частных случаях: поступательного движения, вращения вокруг неподвижной оси, вращения вокруг неподвижной точки, произвольного свободного движения, плоского движения.

11.3. Дифференциальное уравнение вращения твердого тела вокруг неподвижной оси. Дифференциальные уравнения движения свободного твердого тела. Уравнения плоского движения твердого тела.

11.4. Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки. Динамические уравнения Эйлера.

11.5. Случай Эйлера движения твердого тела вокруг неподвижной точки: первые интегралы динамических уравнений; перманентные вращения; регулярная прецессия в случае динамической симметрии тела; геометрическая интерпретация Пуансо движения твердого тела в случае Эйлера.

11.6. Вынужденная регулярная прецессия динамически симметричного твердого тела. Основная формула гироскопии. Понятие об элементарной теории гироскопов.

11.7. Общая постановка задачи о движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки. Дифференциальные уравнения Эйлера – Пуассона и их первые интегралы. Понятие о случаях интегрируемости Эйлера, Лагранжа, Ковалевской. Качественный анализ движения твердого тела в случае Лагранжа.

12. Дифференциальные вариационные принципы механики (начало)

12.1. Выражение реакций идеальных связей при помощи их уравнений и неопределенных множителей Лагранжа. Уравнения Лагранжа первого рода.

12.2. Общее уравнение динамики (принцип Даламбера – Лагранжа).

12.3. Общее уравнение статики (принцип виртуальных перемещений). Принцип виртуальных перемещений в обобщенных координатах. Случай потенциального поля сил.

13. Дифференциальные уравнения аналитической динамики (начало)

13.1. Общее уравнение динамики в обобщенных координатах.

13.2. Уравнения Лагранжа второго рода.

13.3. Уравнения Лагранжа второго рода в случае потенциальных сил. Функция Лагранжа. Разрешимость уравнений Лагранжа относительно обобщенных ускорений.

13.4. Теорема об изменении полной механической энергии. Гироскопические силы. Диссипативные силы, функция Релея.

13.5. Обобщенный потенциал. Натуральные и ненатуральные системы. Первые интегралы лагранжевых систем.

Дополнительные темы к программе повышенного уровня

1. Алгебра кватернионов и теория конечных поворотов твердого тела.

Формула поворота. Вектор поворота. Алгебра кватернионов. Кватернионная запись поворота. Параметры Родрига – Гамильтона. Кватернионные формулы сложения поворотов. Выражение параметров Родрига – Гамильтона через углы Эйлера. Кинематические уравнения в параметрах Родрига – Гамильтона.

2. Теория удара.

Понятие ударных сил и ударного импульса, основные гипотезы, задачи теории удара. Коэффициент восстановления (гипотеза Ньютона). Удар материальной точки об абсолютно гладкую поверхность: нахождение угла отражения, послеударной скорости, ударного импульса; потеря кинетической энергии. Теоремы об изменении количества движения и кинетического момента при ударе. Общее уравнение динамики в теории удара. Теорема Карно. Уравнения Лагранжа второго рода в теории удара.

3. Дифференциальные вариационные принципы механики (продолжение)

Понятие о вариационных принципах механики и их классификации. Эквивалентные системы сил. Энергетический критерий эквивалентности. Его выражение через обобщенные силы. Принцип Журдена. Принцип Гаусса (принцип наименьшего принуждения). Физический смысл принципа Гаусса. Экстремальное свойство реакций связей. Принцип прямого пути Герца.

Литература

1. *Айзерман М.А.* Классическая механика. — М.: Наука, 1980, 2005.

2. *Амелькин Н.И.* Динамика твердого тела: учеб. пособие. – М.: МФТИ, 2010.
3. *Гантмахер Ф.Р.* Лекции по аналитической механике. 3-е изд. – М.: Физматлит, 2001.
4. *Маркеев А.П.* Теоретическая механика. – М – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2007.
5. *Трухан Н.М.* Теоретическая механика. Методика решения задач: учебное пособие. – М.: МФТИ, 2010.
6. *Яковенко Г.Н.* Краткий курс теоретической механики. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.

ЗАДАНИЯ

ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ

(Срок сдачи с 28 октября по 2 ноября 2013 г.)

Контрольная работа с 21 по 26 октября

1. Кинематика точки:

С – 1.5, 1.21, 1.25, 1.37(д).

2. Кинематика твердого тела:

2.1. Плоскопараллельное движение твердого тела

С – 3.3, 3.16, 3.20, 3.23, 3.41.

2.2. Пространственное движение твердого тела:

С – 4.6, 4.28, 4.33, 4.47.

3. Сложное движение точки и твердого тела:

С – 2.4, 2.12, 2.27, 3.9, 4.35, 4.45.

4. Основные теоремы динамики в инерциальных и неинерциальных системах отсчета:

С – 5.10, 6.2, 6.13, 6.16, 6.29, 7.3, 7.29, 9.24, 9.26; М – 41.22.

Т.1. Тонкий однородный стержень AB длины ℓ и массы m движется поступательно со скоростью v в направлении, перпендикулярном стержню. В некоторый момент его конец A внезапно останавливается. Найти угловую скорость стержня после удара и ударный импульс в точке A .

5. Движение в центральном поле сил:

С – 8.3, 8.11, 8.21, 8.49.

ВТОРОЕ ЗАДАНИЕ
(Срок сдачи с 9 по 14 декабря 2013 г.)
Контрольная работа с 2 по 7 декабря

1. Геометрия масс. Вычисление основных динамических величин системы:

С – 6.21, 11.3, 11.11, 11.22.

2. Динамика твердого тела:

С – 7.46, 11.59, 11.70, 11.111, 11.116.

Г.2. Твердое тело с неподвижной точкой O , для которой главные моменты инерции равны $A = B = 2C$, движется в однородном поле тяжести. Найти минимальное и максимальное значения угла нутации θ , отсчитываемого от оси, направленной вертикально вверх, если в начальный момент углы Эйлера и их первые производные по времени равны

$$\theta(0) = \theta_0, \quad \psi(0) = 0, \quad \varphi(0) = 0,$$
$$\dot{\theta}(0) = 0, \quad \dot{\psi}(0) = 2\sqrt{\frac{Pl}{A \cos \theta_0}}, \quad \dot{\varphi}(0) = 2\sqrt{\frac{Pl \cos \theta_0}{A}},$$

где P вес тела, l расстояние его центра масс от точки O , лежащей на оси симметрии тела. Изобразить траекторию центра масс тела на сфере с центром в точке O .

3. Равновесие. Принцип виртуальных перемещений:

М – 46.8, 46.10, 53.4; С.14.13, 14.29.

4. Уравнения Лагранжа:

С – 26.14 (б), 12.5, 12.12, 12.46, 12.49, 12.65, 12.103.

ВАРИАТИВНАЯ ЧАСТЬ ЗАДАНИЯ

1. Кватернионы:

С – 4.61(а), 4.67, 4.76, 4.79.

2. Теория удара:

С – 11.33, М – 44.22, 44.27.

Т.3. Тонкий однородный стержень, который может вращаться во-круг горизонтальной оси, проходящей через его центр тяжести,

находится в состоянии равновесия. На один из его концов падает шар со скоростью v . Длина стержня $2a$, шар имеет массу m и пренебрежительно малые размеры, масса стержня равна M . Определить послеударное кинематическое состояние шара и стержня, если коэффициент восстановления при ударе равен e .

Ответ: скорость шара $\frac{3m - eM}{m + M}v$, угловая скорость стержня $\frac{3(1+e)mv}{(3m+M)a}$.

Т.4. Двойной маятник образован двумя тонкими однородными стержнями длины l и массы m каждый. Положение маятника задается углами φ и ψ , которые составляют с вертикалью верхний и нижний стержни соответственно. Маятник находится в покое, причем центры тяжести стержней находятся на одной вертикали ниже точки подвеса стержней (т.е. $\varphi = \psi = 0$). Маятнику сообщается горизонтальный ударный импульс I , приложенный к нижнему стержню на расстоянии a от шарнира, соединяющего стержни. Найти угловые скорости каждого из стержней после удара.

Ответ: $\dot{\varphi}^+ = \frac{6I(2l - 3a)}{7ml^2}$, $\dot{\psi}^+ = \frac{6I(8a - 3l)}{7ml^2}$.

3. Дифференциальные вариационные принципы механики:

3.1. Связи и их классификация

С – 12.4, 12.6(г).

Т.5. Является ли связь

$$(y^2 - x^2 - z)\dot{x} + (z - y^2 - xy)\dot{y} + x\dot{z} = 0$$

неголономной?

3.2. Общее уравнение динамики и принцип Гаусса

Т.6. Задачу М – 48.28 решить двумя способами: при помощи общего уравнения динамики и при помощи принципа Гаусса.

Т.7. Получить дифференциальные уравнения движения сферического маятника при помощи принципа Гаусса.

С – Пятницкий Е.С., Трухан Н.М., Ханукаев Ю.И., Яковенко Г.Н. Сборник задач по аналитической механике. – 2-е изд. – М.: Наука, 1996; 3-е изд. Физматлит, 2002.

М – Мешерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. – 36-е изд., – М.: Наука, 1986; 40-е изд., – СПб. Лань. 2003.

Усл.печ.л. 0,5. Тираж 135 экз.